

Экзаменационные вопросы по курсу Алгебры

1 4 5 6 7 11 13 14 16 19 20 24 25 27 28 29 30

- 1 Теорема о существовании и единственности решения с. л. у. с невырожденной матрицей.
- 2 Теорема о размерности пространства решений с. л. у.
- 3 Теорема о существовании и единственности решения матричного уравнения $AX = B$. Следствие о существовании обратной матрицы для невырожденных матриц.
- 4 Векторные (линейные) пространства. Аксиомы векторного пространства. Примеры векторных пространств. Векторное подпространство. Критерий того, что подмножество векторного пространства является векторным подпространством.
- 5 Линейная комбинация системы векторов. Тривиальная линейная комбинация векторов. Линейно независимая и зависимая система векторов. Пример задачи выяснения линейной зависимости системы векторов.
- 6 Базис векторного пространства. Размерность векторного пространства. Координаты вектора. Лемма о существовании координат относительно базиса.
- 7 Линейная оболочка системы векторов. Лемма о том, что линейная оболочка системы векторов является векторным пространством. Примеры.
- 8 Теорема о связи между о.с.л.у и ортогональными дополнениями. Задача нахождения базиса ортогонального дополнения.
- 9 Следствие о размерности ортогонального дополнения линейной оболочки линейно независимых векторов. Следствие о сумме размерности векторного подпространства W , его ортогонального дополнения W^\perp и векторного пространства V .
- 10 Теорема о размерности линейной оболочки векторов и ранга матриц, составленной из координат векторов. Лемма о том, что линейная оболочка не меняется при умножении вектора на ненулевое число. Лемма о том, что линейная оболочка не меняется при замене v_i на $v_i + \lambda v_j$. Задача нахождения размерности линейной оболочки векторов.
- 11 Линейное преобразование векторных пространств. Теорема об основном свойстве линейного преобразования. Следствие о том, что каждое линейное преобразование можно представить с помощью матрицы.
- 12 Собственные числа и собственные векторы линейных преобразований.
- 13 Характеристический многочлен матрицы A . Лемма о корнях характеристического многочлена.
- 14 Жорданова форма матрицы. Теорема о жордановой форме $T^{-1}AT = J$ матрицы A , если собственные числа попарно различны.
- 15 Лемма о произведении собственных числах. Лемма о собственных числах и веторах симметрической матрицы $A = A^T$.
- 16 Преобразования координат. Формула перевода старых координат в новые координаты. Матрица перехода.
- 17 Изменение матрицы линейного преобразования при переходе к новому базису. Переход к новому базису из собственных векторов и жорданова форма матрицы.
- 18 Теорема о жордановой форме матрицы при совпадении собственных чисел.
- 19 Многочлены $\mathbb{Z}[x], \mathbb{Q}[x], \mathbb{R}[x]$. Корень многочлена. Кратность корня. Основная теорема алгебры.
- 20 Теорема Безу. Следствие из доказательства теоремы Безу.
- 21 Лемма о корректности определения операции деления с остатком: существование и единственность частного и остатка.
- 22 Следствие из основной теоремы алгебры. Теорема Виета.
- 23 Теорема о рациональных корнях многочлена.
- 24 Оценка корней многочлен — теорема. Метод Ньютона.
- 25 Алгоритм Штурма определения числа вещественных корней. Оценка корней многочлена с помощью алгоритма Штурма.
- 26 Квадратичные формы. Мономы. Представление квадратичной формы с помощью матрицы. Лемма о формуле изменения матрицы квадратичной формы при переходе к новому базису.
- 27 Теорема о приведении матрицы квадратичной формы к диагональному виду (другими словами о приведении квадратичной формы к каноническому).
- 28 Нормальный вид квадратичной формы. Сокращенная запись нормальной формы квадратичной формы. Теорема «Закон инерции» об единственности нормального вида квадратичной формы.
- 29 Положительно определенная квадратичная форма. Следствие о нормальном виде положительно определенной матрицы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.
- 30 Симметрические многочлены. Элементарные симметрические многочлены. Лексикографический порядок на мономах. Основания теорема о симметрических многочленах.