Вариант 1. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1) = w_1$, $\varphi(v_2) = w_2$, $\varphi(v_3) = w_3$.

$v_1 = (0, 2\ , -3), \quad v_2 = (1, -1, -1), \quad v_3 = (1, 0, -2),$

$w_1 = (-4, -1, -4), \quad w_2 = (2, -4, 3), \quad w_3 = (0, -4, 1\ ).$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1, x, x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x)) = (5x + 5)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 5 & 5 & 3 \\ 5 & 5 & 3 \\ -7 & -11 & -5 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A^e_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} g_1 = (0, 1, 1), \\ g_2 = (0, -2, -1), \\ g_3 = (1, -2,\ -2). \end{array}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $0, 2,\ 4$ и соответствующими векторами v_1, v_2, v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1) = \lambda_1 v_1, \ldots,\ \varphi(v_n) = \lambda_n v_n$, то $A_\varphi = T Diag(0, 2, 4) T^{-1},$ где $T = (v_1 v_2 \ldots v_n)$.

Вариант 2. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1) = w_1$, $\varphi(v_2) = w_2$, $\varphi(v_3) = w_3$.

$v_1 = (-3, 0\ , 1), \quad v_2 = (0, 1, 0), \quad v_3 = (1, 1, 0),$

$w_1 = (1, 3, 3), \quad w_2 = (0, -1, -1), \quad w_3 = (0, -3, -2\ ).$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1, x, x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x)) = (4x + 5)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -12 & -4 & 6 \\ -6 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A^e_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -2 \\ -2 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} g_1 = (-2, -1, 0), \\ g_2 = (2, 0, 1), \\ g_3 = (1, 1,\ 0). \end{array}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & -8 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $-1, 2,\ 2$ и соответствующими векторами v_1, v_2, v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1) = \lambda_1 v_1, \ldots,\ \varphi(v_n) = \lambda_n v_n$, то $A_\varphi = T Diag(-1, 2, 2) T^{-1},$ где $T = (v_1 v_2 \ldots v_n)$.

Вариант 1

{ { 13,27,-31} ,{ -3,-2,4} ,{ 3,10,-10} }
{ { 4,1,0} ,{ { -1,-1,2} ,{ -1,-1,3} ,{ -2,-1,5} } }
{ { 12,6,4} ,{ 8,6,4} ,{ -32,-18,-12} }

Вариант 2

{ { 3,-7,10} ,{ -1,2,-3} ,{ -2,3,-6} }
{ { 2,2,-1} ,{ { 1,0,2} ,{ -1,2,0} ,{ 0,2,1} } }
{ { 2,0,9} ,{ 0,2,0} ,{ 0,0,-1} }

Вариант 3. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1) = w_1$, $\varphi(v_2) = w_2$, $\varphi(v_3) = w_3$.

$$v_1 = (-3, -2\ , 1), \quad v_2 = (0, -1, 1), \quad v_3 = (-1, 2, -2),$$

$$w_1 = (3, 13, -2), \quad w_2 = (0, 3, 1), \quad w_3 = (1, -3, -3\ ).$$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1, x, x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x)) = (4x + 2)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ -6 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A^e_\varphi = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -2 \\ 0 & -1 & 1 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} g_1 = (-1, -1, 1), \\ g_2 = (-1, 0, 0), \\ g_3 = (-3, 0,\ -1). \end{array}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $0, 4,\ 5$ и соответствующими векторами v_1, v_2, v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1) = \lambda_1 v_1, \ldots,\ \varphi(v_n) = \lambda_n v_n$, то $A_\varphi = TDiag(0, 4, 5)T^{-1}$, где $T = (v_1 v_2 \ldots v_n)$.

Вариант 4. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1) = w_1$, $\varphi(v_2) = w_2$, $\varphi(v_3) = w_3$.

$$v_1 = (-1, 1\ , 1), \quad v_2 = (0, 1, -1), \quad v_3 = (0, 1, 0),$$

$$w_1 = (0, 0, 1), \quad w_2 = (-1, 1, 1), \quad w_3 = (-1, 0, 1\ ).$$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1, x, x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x)) = (5x + 6)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 12 \\ -4 & 5 & 27 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A^e_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ -2 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} g_1 = (1, -1, 1), \\ g_2 = (0, 1, 1), \\ g_3 = (-1, -1,\ -2). \end{array}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -13 & -2 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $-2, 5,\ 2$ и соответствующими векторами v_1, v_2, v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1) = \lambda_1 v_1, \ldots,\ \varphi(v_n) = \lambda_n v_n$, то $A_\varphi = TDiag(-2, 5, 2)T^{-1}$, где $T = (v_1 v_2 \ldots v_n)$.

Вариант 3

{ { -11,69,30} ,{ -4,29,12} ,{ 6,-47,-19} }

{ { 4,-2,1} ,{ { -1,0,2} ,{ 0,1,0} ,{ 0,0,1} } }

{ { 5,-15,-15} ,{ -2,2,-2} ,{ 2,-2,2} }

Вариант 4

{ { 0,-1,1} ,{ 1,0,0} ,{ 1,0,-1} }

{ { 3,-2,1} ,{ { 1,2,0} ,{ -2,-5,1} ,{ 1,1,0} } }

{ { -2,0,0} ,{ 1,2,-3} ,{ 7,0,5} }

Вариант 5. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1)=w_1$, $\varphi(v_2)=w_2$, $\varphi(v_3)=w_3$.

$v_1=(-1,0\ ,1),\quad v_2=(-2,-2,-3),\quad v_3=(0,1,2),$

$w_1=(0,0,1),\quad w_2=(-2,9,3),\quad w_3=(1,-4,-1\ ).$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1,x,x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x))=(5x+4)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} -17 & 6 & 4 \\ -37 & 6 & 14 \\ -44 & 12 & 13 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1=(1,0,0), e_2=(0,1,0), e_3=(0,0,1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1,g_2,g_3.

$$A^e_\varphi=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ -2 & -3 & -1 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix},\qquad \begin{array}{l} g_1=(-1,-1,-3), \\ g_2=(-1,-2,-1), \\ g_3=(-1,\ -3,2). \end{array}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -3 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi=\begin{pmatrix} -6 & -4 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $-1,5,\ 2$ и соответствующими векторами v_1,v_2,v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1)=\lambda_1 v_1,\ldots,\ \varphi(v_n)=\lambda_n v_n$, то $A_\varphi=TDiag(-1,5,2)T^{-1}$, где $T=(v_1v_2\ldots v_n)$.

Вариант 6. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1)=w_1$, $\varphi(v_2)=w_2$, $\varphi(v_3)=w_3$.

$v_1=(-3,-1\ ,0),\quad v_2=(-1,0,-2),\quad v_3=(1,1,-3),$

$w_1=(-5,4,0),\quad w_2=(3,7,4),\quad w_3=(9,7,6).$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1,x,x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x))=(4x+6)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1=(1,0,0), e_2=(0,1,0), e_3=(0,0,1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1,g_2,g_3.

$$A^e_\varphi=\begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & -3 \end{pmatrix},\qquad \begin{array}{l} g_1=(-1,1,-2), \\ g_2=(0,0,-1), \\ g_3=(-2,1,\ 1). \end{array}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi=\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -11 & -3 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $-3,2,\ 0$ и соответствующими векторами v_1,v_2,v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1)=\lambda_1 v_1,\ldots,\ \varphi(v_n)=\lambda_n v_n$, то $A_\varphi=TDiag(-3,2,0)T^{-1}$, где $T=(v_1v_2\ldots v_n)$.

Вариант 5

{ { 2,-1,-2} ,{ -32,17,43} ,{ 15,-8,-20} }
{ { 5,-3,0} ,{ { 2,4,5} ,{ 1,1,2} ,{ 2,3,4} } }
{ { 11,-24,12} ,{ 6,-10,6} ,{ 6,-6,5} }

Вариант 6

{ { 30,-51,34} ,{ 33,-62,40} ,{ 23,-48,30} }
{ { 1,1,1} ,{ { 0,0,1} ,{ 0,1,0} ,{ 1,0,0} } }
{ { -24,63,13} ,{ -6,15,3} ,{ -12,36,8} }

Вариант 7. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1)=w_1$, $\varphi(v_2)=w_2$, $\varphi(v_3)=w_3$.

$v_1=(0,-3\ ,-1),\quad v_2=(-1,-2,-2),\quad v_3=(1,-2,1),$

$w_1=(1,-1,2),\quad w_2=(2,0,0),\quad w_3=(-1,-1,3\ ).$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1,x,x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x))=(5x+6)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & -5 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1=(1,0,0), e_2=(0,1,0), e_3=(0,0,1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1,g_2,g_3.

$$A^e_\varphi=\begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ -3 & 2 & -3 \\ -2 & 2 & -1 \end{pmatrix},\qquad \begin{aligned} g_1&=(1,1,-2),\\ g_2&=(0,-2,1),\\ g_3&=(0,-3,\ 1).\end{aligned}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi=\begin{pmatrix} -3 & 0 \\ 12 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $-3,5,\ 5$ и соответствующими векторами v_1,v_2,v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1)=\lambda_1 v_1,\ldots,\ \varphi(v_n)=\lambda_n v_n$, то $A_\varphi=TDiag(-3,5,5)T^{-1}$, где $T=(v_1v_2\ldots v_n)$.

Вариант 7

{ { -3,2,3} ,{ 12,-10,-8} ,{ -19,15,14} }
{ { 4,3,-2} ,{ { -1,-2,2} ,{ 0,-1,1} ,{ 0,1,0} } }
{ { 5,0,0} ,{ 144,29,-96} ,{ 48,8,-27} }

Вариант 8. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1)=w_1$, $\varphi(v_2)=w_2$, $\varphi(v_3)=w_3$.

$v_1=(-2,-3\ ,0),\quad v_2=(-3,1,1),\quad v_3=(-2,2,1),$

$w_1=(11,5,1),\quad w_2=(-2,1,-3),\quad w_3=(-6,-1,-3\ ).$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1,x,x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x))=(4x+5)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1=(1,0,0), e_2=(0,1,0), e_3=(0,0,1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1,g_2,g_3.

$$A^e_\varphi=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -3 \\ -3 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix},\qquad \begin{aligned} g_1&=(0,-2,-3),\\ g_2&=(2,-1,-2),\\ g_3&=(-1,-1,\ -1).\end{aligned}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi=\begin{pmatrix} -4 & -3 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi=\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $-3,3,\ 4$ и соответствующими векторами v_1,v_2,v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1)=\lambda_1 v_1,\ldots,\ \varphi(v_n)=\lambda_n v_n$, то $A_\varphi=TDiag(-3,3,4)T^{-1}$, где $T=(v_1v_2\ldots v_n)$.

Вариант 8

{ { 10,-33,34} ,{ -15,38,-41} ,{ -17,46,-49} }
{ { 1,1,1} ,{ { 0,0,1} ,{ 0,1,0} ,{ 1,0,0} } }
{ { 9,-8,26} ,{ 24,-19,94} ,{ 3,-2,14} }

Вариант 9. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1) = w_1$, $\varphi(v_2) = w_2$, $\varphi(v_3) = w_3$.

$v_1 = (-1, -1, -2)$, $v_2 = (-2, -1, -1)$, $v_3 = (-2, -1, 0)$,

$w_1 = (-2, 0, -1)$, $w_2 = (-3, -1, -2)$, $w_3 = (-3, -2, -2)$.

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1, x, x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x)) = (2x+4)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 4 & -3 & 3 \\ -2 & 3 & -2 \\ -4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1 = (1,0,0), e_2 = (0,1,0), e_3 = (0,0,1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A^e_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} g_1 = (1,1,1), \\ g_2 = (0,0,1), \\ g_3 = (-1,0,-2). \end{array}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -3 & -14 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $0, 2, 1$ и соответствующими векторами v_1, v_2, v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1) = \lambda_1 v_1, \ldots, \varphi(v_n) = \lambda_n v_n$, то

$$A_\varphi = TDiag(0,2,1)T^{-1}, \text{ где } T = (v_1 v_2 \ldots v_n).$$

Вариант 10. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1) = w_1$, $\varphi(v_2) = w_2$, $\varphi(v_3) = w_3$.

$v_1 = (1, -1, 1)$, $v_2 = (-1, 1, 0)$, $v_3 = (1, 0, 1)$,

$w_1 = (-1, -1, -5)$, $w_2 = (0, 1, 3)$, $w_3 = (-4, 1, -3)$.

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1, x, x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x)) = (5x+6)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} -7 & 0 & 18 \\ -3 & 2 & 6 \\ -6 & 0 & 14 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1 = (1,0,0), e_2 = (0,1,0), e_3 = (0,0,1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A^e_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} g_1 = (-1,0,-1), \\ g_2 = (1,1,1), \\ g_3 = (1,-1,2). \end{array}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 14 & -16 \\ 11 & -13 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $1, 3, 4$ и соответствующими векторами v_1, v_2, v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1) = \lambda_1 v_1, \ldots, \varphi(v_n) = \lambda_n v_n$, то

$$A_\varphi = TDiag(1,3,4)T^{-1}, \text{ где } T = (v_1 v_2 \ldots v_n).$$

Вариант 9

{ { -2,5,-3} ,{ -1,4,-2} ,{ 1,0,1} }
{ { 3,2,1} ,{ { -3,2,3} ,{ -3,2,4} ,{ -1,1,2} } }
{ { 6,-10,2} ,{ 3,-5,1} ,{ 4,-8,2} }

Вариант 10

{ { -3,-4,-2} ,{ 2,3,1} ,{ 0,1,-3} }
{ { 5,2,2} ,{ { 3,1,2} ,{ 2,0,1} ,{ 0,1,0} } }
{ { 6,3,-2} ,{ -2,1,2} ,{ 3,3,1} }

Вариант 11. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1) = w_1$, $\varphi(v_2) = w_2$, $\varphi(v_3) = w_3$.

$$v_1 = (1, 0\ , 0), \quad v_2 = (1, 0, -1), \quad v_3 = (1, -1, 2),$$

$$w_1 = (-3, 1, 0), \quad w_2 = (-4, 1, 0), \quad w_3 = (1, 3, 1\ ).$$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1, x, x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x)) = (3x+6)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 6 & 5 & -3 \\ 14 & 6 & -4 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1 = (1,0,0), e_2 = (0,1,0), e_3 = (0,0,1)$ имеет матрицу A_φ^e. Найдите матрицу A_φ^g линейного преобразования φ в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A_\varphi^e = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & -3 & -1 \\ -2 & -3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} g_1 = (-2, 1, -2), \\ g_2 = (2, 2, -3), \\ g_3 = (-3, 1,\ -2). \end{array}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 3 & 15 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $1, 5,\ 5$ и соответствующими векторами v_1, v_2, v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1) = \lambda_1 v_1, \ldots,\ \varphi(v_n) = \lambda_n v_n$, то

$$A_\varphi = TDiag(1,5,5)T^{-1}, \text{ где } T = (v_1 v_2 \ldots v_n).$$

Вариант 12. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1) = w_1$, $\varphi(v_2) = w_2$, $\varphi(v_3) = w_3$.

$$v_1 = (-1, 0\ , 0), \quad v_2 = (1, -2, 1), \quad v_3 = (2, -3, 1),$$

$$w_1 = (-1, 1, -1), \quad w_2 = (3, -6, -1), \quad w_3 = (5, -9, -1\ ).$$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1, x, x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x)) = (6x+6)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 5 & -4 & -4 \\ -12 & 13 & 12 \\ 14 & -14 & -13 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1 = (1,0,0), e_2 = (0,1,0), e_3 = (0,0,1)$ имеет матрицу A_φ^e. Найдите матрицу A_φ^g линейного преобразования φ в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A_\varphi^e = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ -1 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} g_1 = (1, 1, 0), \\ g_2 = (-3, -3, -1), \\ g_3 = (0, -1,\ -2). \end{array}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -1 & -8 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $-3, 4,\ 5$ и соответствующими векторами v_1, v_2, v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1) = \lambda_1 v_1, \ldots,\ \varphi(v_n) = \lambda_n v_n$, то

$$A_\varphi = TDiag(-3,4,5)T^{-1}, \text{ где } T = (v_1 v_2 \ldots v_n).$$

Вариант 11

{ { 0,-2,-1} ,{ -1,-2,-1} ,{ 11,-7,-3} }
{ { 3,2,-1} ,{ { 1,0,2} ,{ 0,1,1} ,{ 0,1,2} } }
{ { 1,-12,-4} ,{ 0,5,0} ,{ 0,0,5} }

Вариант 12

{ { 1,-2,1} ,{ 4,-9,8} ,{ 5,-12,11} }
{ { 3,1,1} ,{ { 2,-6,7} ,{ 1,0,1} ,{ 1,1,0} } }
{ { -3,-9,-11} ,{ 0,7,6} ,{ 0,-1,2} }

Вариант 13. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1)=w_1$, $\varphi(v_2)=w_2$, $\varphi(v_3)=w_3$.

$v_1=(1,-2\ ,1),\quad v_2=(0,1,0),\quad v_3=(1,0,0),$

$w_1=(7,-6,1),\quad w_2=(-2,1,0),\quad w_3=(1,-1,0\ ).$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1,x,x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x))=(4x+3)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} -17 & -35 & -25 \\ 5 & 11 & 7 \\ 5 & 9 & 9 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1=(1,0,0), e_2=(0,1,0), e_3=(0,0,1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1,g_2,g_3.

$$A^e_\varphi=\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix},\quad \begin{matrix} g_1=(2,0,-1), \\ g_2=(-1,-1,-2), \\ g_3=(-1,0,\ 0). \end{matrix}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi=\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi=\begin{pmatrix} 6 & -8 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $-2,5,\ 1$ и соответствующими векторами v_1,v_2,v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1)=\lambda_1 v_1,\dots,\ \varphi(v_n)=\lambda_n v_n$, то $A_\varphi=TDiag(-2,5,1)T^{-1}$, где $T=(v_1v_2\dots v_n)$.

Вариант 14. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1)=w_1$, $\varphi(v_2)=w_2$, $\varphi(v_3)=w_3$.

$v_1=(-2,-2\ ,1),\quad v_2=(-2,-1,-2),\quad v_3=(-1,-1,0),$

$w_1=(4,1,1),\quad w_2=(2,10,-3),\quad w_3=(2,2,0\ ).$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1,x,x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x))=(3x+3)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \\ -2 & -2 & 6 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1=(1,0,0), e_2=(0,1,0), e_3=(0,0,1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1,g_2,g_3.

$$A^e_\varphi=\begin{pmatrix} -3 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix},\quad \begin{matrix} g_1=(-1,0,-2), \\ g_2=(0,1,-2), \\ g_3=(-3,-2,\ -1). \end{matrix}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $1,1,\ 2$ и соответствующими векторами v_1,v_2,v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1)=\lambda_1 v_1,\dots,\ \varphi(v_n)=\lambda_n v_n$, то $A_\varphi=TDiag(1,1,2)T^{-1}$, где $T=(v_1v_2\dots v_n)$.

Вариант 13

{ { 1,-4,6} ,{ 0,1,-2} ,{ 0,-1,1} }
{ { 3,-2,2} ,{ { -3,1,1} ,{ -4,1,1} ,{ -5,2,1} } }
{ { 1,0,-3} ,{ 0,5,14} ,{ 0,0,-2} }

Вариант 14

{ { -5,-3,12} ,{ 13,8,-44} ,{ 0,0,-2} }
{ { 4,2,2} ,{ { 0,1,1} ,{ 2,0,1} ,{ -1,1,0} } }
{ { -4,6,2} ,{ -5,7,2} ,{ 0,0,1} }

Вариант 15. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1) = w_1$, $\varphi(v_2) = w_2$, $\varphi(v_3) = w_3$.

$$v_1 = (-1, 0\ , 1), \quad v_2 = (1, -1, 1), \quad v_3 = (1, 0, -2),$$

$$w_1 = (0, 1, -4), \quad w_2 = (1, 3, -2), \quad w_3 = (0, -2, 7\ ).$$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1, x, x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x)) = (6x + 5)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} -9 & 54 & -26 \\ 4 & -11 & 8 \\ 9 & -39 & 22 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A^e_\varphi = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -3 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} g_1 = (0, -1, -1), \\ g_2 = (1, -1, 0), \\ g_3 = (0, 1,\ 0). \end{array}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -2 & -10 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ -3 & 0 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $1, 0,\ 2$ и соответствующими векторами v_1, v_2, v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1) = \lambda_1 v_1, \ldots,\ \varphi(v_n) = \lambda_n v_n$, то

$$A_\varphi = TDiag(1, 0, 2)T^{-1}, \text{ где } T = (v_1 v_2 \ldots v_n).$$

Вариант 16. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1) = w_1$, $\varphi(v_2) = w_2$, $\varphi(v_3) = w_3$.

$$v_1 = (-3, 0\ , 1), \quad v_2 = (-1, 1, 0), \quad v_3 = (1, -2, 0),$$

$$w_1 = (0, -2, -4), \quad w_2 = (1, 1, -2), \quad w_3 = (-2, -2, 3\ ).$$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1, x, x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x)) = (2x + 3)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 13 & 24 & 0 \\ -8 & -15 & 0 \\ -44 & -102 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A^e_\varphi = \begin{pmatrix} -3 & 0 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} g_1 = (0, 0, -1), \\ g_2 = (0, -1, 1), \\ g_3 = (1, 0,\ 1). \end{array}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & -3 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $1, 0,\ 1$ и соответствующими векторами v_1, v_2, v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1) = \lambda_1 v_1, \ldots,\ \varphi(v_n) = \lambda_n v_n$, то

$$A_\varphi = TDiag(1, 0, 1)T^{-1}, \text{ где } T = (v_1 v_2 \ldots v_n).$$

Вариант 15

{ { 1,-1,2} ,{ -9,-3,-5} ,{ -1,2,-3} }

{ { 4,-3,1} ,{ { -2,0,1} ,{ -4,1,3} ,{ -5,1,4} } }

{ { 0,-1,-1} ,{ 0,0,0} ,{ 2,5,3} }

Вариант 16

{ { -4,26,14} ,{ -2,9,4} ,{ 3,-12,-5} }

{ { -3,3,1} ,{ { -3,2,12} ,{ 0,0,1} ,{ -2,1,7} } }

{ { -1,-1,-6} ,{ 2,2,6} ,{ 0,0,1} }

Вариант 17. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1) = w_1$, $\varphi(v_2) = w_2$, $\varphi(v_3) = w_3$.

$$v_1 = (0, 1\ , 1), \quad v_2 = (-2, 0, -1), \quad v_3 = (-1, -1, -1),$$

$$w_1 = (0, -2, -1), \quad w_2 = (6, 4, -2), \quad w_3 = (2, 3, 0\ ).$$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1, x, x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x)) = (3x + 5)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 7 & -3 & 6 \\ 6 & -2 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A^e_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} g_1 = (-1, -1, -1), \\ g_2 = (-1, 0, 0), \\ g_3 = (-1, -1,\ -2). \end{array}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -4 & 6 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $0, 5,\ 3$ и соответствующими векторами v_1, v_2, v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1) = \lambda_1 v_1, \ldots,\ \varphi(v_n) = \lambda_n v_n$, то $A_\varphi = TDiag(0, 5, 3)T^{-1}$, где $T = (v_1 v_2 \ldots v_n)$.

Вариант 18. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1) = w_1$, $\varphi(v_2) = w_2$, $\varphi(v_3) = w_3$.

$$v_1 = (0, 0\ , -1), \quad v_2 = (1, 1, -2), \quad v_3 = (-1, -2, -3),$$

$$w_1 = (2, 2, 1), \quad w_2 = (4, 3, -1), \quad w_3 = (7, 8, 7).$$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1, x, x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x)) = (4x + 3)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 5 & 12 & -4 \\ -4 & -11 & 4 \\ -4 & -12 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A^e_\varphi = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 2 \\ -2 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} g_1 = (-2, -2, 1), \\ g_2 = (-3, -3, 1), \\ g_3 = (0, -1,\ -2). \end{array}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $0, 0,\ 3$ и соответствующими векторами v_1, v_2, v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1) = \lambda_1 v_1, \ldots,\ \varphi(v_n) = \lambda_n v_n$, то $A_\varphi = TDiag(0, 0, 3)T^{-1}$, где $T = (v_1 v_2 \ldots v_n)$.

Вариант 17

{ { 0,-1,2} ,{ -14,6,-18} ,{ -5,3,-8} }
{ { 4,1,1} ,{ { 1,1,0} ,{ -1,0,1} ,{ 1,2,0} } }
{ { 3,-4,4} ,{ 3,6,-6} ,{ 3,1,-1} }

Вариант 18

{ { -5,2,0} ,{ -12,5,1} ,{ -16,6,-1} }
{ { -3,1,1} ,{ { -1,1,1} ,{ 1,0,1} ,{ -3,1,0} } }
{ { -3,3,0} ,{ -6,6,0} ,{ -9,9,0} }

Вариант 19. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1) = w_1$, $\varphi(v_2) = w_2$, $\varphi(v_3) = w_3$.

$$v_1 = (-1, 0\ , 0), \quad v_2 = (0, -1, -2), \quad v_3 = (0, 0, -1),$$

$$w_1 = (2, 0, 2), \quad w_2 = (7, 3, 3), \quad w_3 = (3, 1, 2).$$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1, x, x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x)) = (6x + 4)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 3 & -3 & -12 \\ 2 & -4 & -24 \\ 0 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A^e_\varphi = \begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} g_1 = (-1, 1, 0), \\ g_2 = (0, -1, -1), \\ g_3 = (1, -2,\ 0). \end{matrix}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -1 & 4 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $-1, 5,\ 0$ и соответствующими векторами v_1, v_2, v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1) = \lambda_1 v_1, \ldots,\ \varphi(v_n) = \lambda_n v_n$, то

$$A_\varphi = TDiag(-1, 5, 0)T^{-1}, \text{ где } T = (v_1 v_2 \ldots v_n).$$

Вариант 20. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1) = w_1$, $\varphi(v_2) = w_2$, $\varphi(v_3) = w_3$.

$$v_1 = (1, 1\ , 0), \quad v_2 = (0, 1, 0), \quad v_3 = (0, 0, -1),$$

$$w_1 = (-4, -3, -4), \quad w_2 = (-2, -1, -2), \quad w_3 = (1, -1,\ 0).$$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1, x, x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x)) = (3x + 6)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} -3 & 0 & 0 \\ 6 & 1 & 2 \\ 6 & -4 & 7 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A^e_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} g_1 = (0, 1, 1), \\ g_2 = (1, -1, -2), \\ g_3 = (2, -1,\ -2). \end{matrix}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -4 & -4 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $1, 5,\ 5$ и соответствующими векторами v_1, v_2, v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1) = \lambda_1 v_1, \ldots,\ \varphi(v_n) = \lambda_n v_n$, то

$$A_\varphi = TDiag(1, 5, 5)T^{-1}, \text{ где } T = (v_1 v_2 \ldots v_n).$$

Вариант 19

{ { -2,0,-2} ,{ -7,-3,3} ,{ -3,-1,0} }

{ { 3,2,1} ,{ { -2,-4,1} ,{ -3,-5,1} ,{ -3,-6,1} } }

{ { -1,0,0} ,{ 0,5,0} ,{ 0,10,0} }

Вариант 20

{ { -4,1,4} ,{ -2,1,2} ,{ 1,-2,0} }

{ { 5,-3,3} ,{ { 0,1,2} ,{ -1,1,1} ,{ 0,1,1} } }

{ { 1,0,0} ,{ -4,5,0} ,{ 0,0,5} }

Вариант 21. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1) = w_1$, $\varphi(v_2) = w_2$, $\varphi(v_3) = w_3$.

$v_1 = (-1, -2\ , -1), \quad v_2 = (2, 0, 1), \quad v_3 = (-1, -1, -1),$

$w_1 = (3, 4, 0), \quad w_2 = (-3, 0, 1), \quad w_3 = (2, 2, 0).$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1, x, x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x)) = (6x + 2)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 16 & -6 & 1 \\ 36 & -14 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A^e_\varphi = \begin{pmatrix} -2 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} g_1 = (-3, -2, -2), \\ g_2 = (0, -2, -3), \\ g_3 = (1, -1, -2). \end{array}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $-2, 1,\ 4$ и соответствующими векторами v_1, v_2, v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1) = \lambda_1 v_1, \ldots,\ \varphi(v_n) = \lambda_n v_n$, то $A_\varphi = TDiag(-2, 1, 4)T^{-1}$, где $T = (v_1 v_2 \ldots v_n)$.

Вариант 22. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1) = w_1$, $\varphi(v_2) = w_2$, $\varphi(v_3) = w_3$.

$v_1 = (-1, -2\ , -1), \quad v_2 = (-2, -1, -1), \quad v_3 = (1, 0, 0),$

$w_1 = (1, 2, 0), \quad w_2 = (4, -2, -2), \quad w_3 = (-2, 2, 1\ ).$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1, x, x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x)) = (2x + 6)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} -36 & -24 & -100 \\ -26 & -14 & -68 \\ 20 & 12 & 54 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A^e_\varphi = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} g_1 = (-2, -2, -1), \\ g_2 = (-3, -1, 1), \\ g_3 = (0, 1,\ 1). \end{array}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -10 & 3 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $-1, 1,\ 2$ и соответствующими векторами v_1, v_2, v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1) = \lambda_1 v_1, \ldots,\ \varphi(v_n) = \lambda_n v_n$, то $A_\varphi = TDiag(-1, 1, 2)T^{-1}$, где $T = (v_1 v_2 \ldots v_n)$.

Вариант 21

{ { -7,3,10} ,{ 5,-4,-10} ,{ -4,2,6} }
{ { 4,3,-2} ,{ { 1,2,0} ,{ -1,-2,1} ,{ 1,3,0} } }
{ { -8,-6,18} ,{ -12,-8,24} ,{ -9,-6,19} }

Вариант 22

{ { -2,2,3} ,{ 0,2,8} ,{ -1,0,-3} }
{ { 4,-2,2} ,{ { -7,-5,4} ,{ -6,-4,3} ,{ -2,-1,1} } }
{ { 2,-1,-1} ,{ 0,-3,4} ,{ 0,-2,3} }

Вариант 23. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1) = w_1$, $\varphi(v_2) = w_2$, $\varphi(v_3) = w_3$.

$v_1 = (-2, -1\ , 0), \quad v_2 = (1, 1, 1), \quad v_3 = (2, -1, -3),$

$w_1 = (4, -2, -2), \quad w_2 = (-3, 3, 1), \quad w_3 = (0, -5, 2\ ).$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1, x, x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x)) = (4x + 4)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & -38 \\ 1 & -2 & -28 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A^e_\varphi = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -2 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} g_1 = (0, -2, -1), \\ g_2 = (-1, -2, -1), \\ g_3 = (-1, \ -1, 0). \end{array}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $-1, 3,\ 0$ и соответствующими векторами v_1, v_2, v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1) = \lambda_1 v_1, \ldots, \ \varphi(v_n) = \lambda_n v_n$, то $A_\varphi = TDiag(-1, 3, 0)T^{-1}$, где $T = (v_1 v_2 \ldots v_n)$.

Вариант 23

{ { 12,16,6} ,{ -18,-23,-8} ,{ 31,38,12} }

{ { 5,-1,0} ,{ { -7,-5,1} ,{ 1,1,0} ,{ 2,1,0} } }

{ { 13,-28,18} ,{ 11,-23,15} ,{ 9,-18,12} }

Вариант 24. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1) = w_1$, $\varphi(v_2) = w_2$, $\varphi(v_3) = w_3$.

$v_1 = (-2, 1\ , -1), \quad v_2 = (1, -2, 1), \quad v_3 = (0, -2, 1),$

$w_1 = (1, 4, 0), \quad w_2 = (-2, -3, -3), \quad w_3 = (-2, -1, -4\ ).$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1, x, x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x)) = (5x + 5)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 2 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A^e_\varphi = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{array}{l} g_1 = (1, 0, 1), \\ g_2 = (1, -2, -2), \\ g_3 = (-1, 1, \ 0). \end{array}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $-2, 1,\ 3$ и соответствующими векторами v_1, v_2, v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1) = \lambda_1 v_1, \ldots, \ \varphi(v_n) = \lambda_n v_n$, то $A_\varphi = TDiag(-2, 1, 3)T^{-1}$, где $T = (v_1 v_2 \ldots v_n)$.

Вариант 24

{ { -4,-7,3} ,{ 9,16,-10} ,{ 9,16,-11} }

{ { 4,-2,2} ,{ { 0,0,1} ,{ -1,-1,1} ,{ -1,0,1} } }

{ { 1,-6,-12} ,{ 4,0,-6} ,{ -2,-1,1} }

Вариант 25. Линейные преобразования.

1. Найдите линейное преобразование φ такое, что $\varphi(v_1) = w_1$, $\varphi(v_2) = w_2$, $\varphi(v_3) = w_3$.

$v_1 = (-2, 0\ , 1), \quad v_2 = (1, -1, -3), \quad v_3 = (-2, -1, -2),$

$w_1 = (2, 2, -3), \quad w_2 = (3, -2, 6), \quad w_3 = (7, 1, 2\ ).$

2. Рассмотрим векторное пространство многочленов степени не выше 2 и базис в этом пространстве $1, x, x^2$. Найдите матрицу линейного преобразования $\varphi(P(x)) = (3x + 2)P'(x)$.

3. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 8 & 3 & 0 \\ -12 & -7 & 6 \\ -3 & -3 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Найдите собственные значения и векторы линейного преобразования из задачи 2.

5. Пусть линейное преобразование φ в стандартном базисе $e_1 = (1, 0, 0), e_2 = (0, 1, 0), e_3 = (0, 0, 1)$ имеет матрицу A^e_φ. Найдите матрицу A^g_φ линейного преобразования φ в базисе g_1, g_2, g_3.

$$A^e_\varphi = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \qquad \begin{matrix} g_1 = (0, 1, -1), \\ g_2 = (0, 2, -1), \\ g_3 = (1, 1,\ 0). \end{matrix}$$

6. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 2.

8. Приведите к жордановой форме матрицу A_φ линейного преобразования φ из задачи 3.

9. Приведите к жордановой форме матрицу

$$A_\varphi = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$$

10. Укажите линейное преобразование с собственными числами $-2, 3,\ 2$ и соответствующими векторами v_1, v_2, v_3 из задачи 1.

Указание. Если $\varphi(v_1) = \lambda_1 v_1, \ldots,\ \varphi(v_n) = \lambda_n v_n$, то $A_\varphi = T Diag(-2, 3, 2) T^{-1}$, где $T = (v_1 v_2 \ldots v_n)$.

Вариант 25

{ { -23,-16,14} ,{ 37,27,-25} ,{ 5,5,-6} }

{ { 5,2,-1} ,{ { -1,1,0} ,{ -1,2,1} ,{ -1,3,1} } }

{ { 11,-70,26} ,{ -1,8,-2} ,{ -7,50,-16} }