

Экзаменационные вопросы по "Геометрии и алгебре" (алгебра)

ПМ-09. 1 курс, 1 семестр. <http://yktmath.narod.ru>

вопросы на хорошо: 4, 9, 10, 13, 16, 17, 18, 20, 22, 23, 25. тройку: 1, 2, 5, 16, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 25.

1. Линейное уравнение. Система линейных уравнений (с.л.у.). Решение с.л.у. Совместные и несовместные с.л.у. Краткая запись. Эквивалентные с.л.у. *Элементарные преобразования с.л.у.*
2. *Элементарные преобразования с.л.у.* Прямой ход метода Гаусса.
3. *Элементарные преобразования с.л.у.* Обратный ход метода Гаусса.
4. Ступенчатый вид с.л.у. *Докажите, что любую с.л.у. можно привести к ступенчатому виду.* Свободные переменные.
5. Линейное уравнение $ax = b$ с одним неизвестными. *Критерий существования единственного решения. Теорема о вырожденном случае.*
6. С.л.у. с двумя неизвестными и двумя уравнениями. Геометрическая интерпретация. *Критерий существования единственного решения (с помощью понятия параллельности).*
7. Определитель матрицы 2×2 . *Критерий существования единственного решения.*
8. Подстановка. Число подстановок n -ой степени. Инверсия. Четность подстановки σ и ее знак $\text{sgn } \sigma$. Лемма о знаке произведения подстановок.
9. Определитель квадратной матрицы размерности $n \times n$. *Определитель матрицы 3×3 .*
10. Свойство определителя: *при транспонировании определитель матрицы не меняется. Матрица с нулевой строчкой имеет нулевой определитель.*
11. Свойство определителя: *при перестановке местами строк матрицы A определитель $\det A$ меняет знак.*
12. Свойства определителя: *матрица A содержащая хотя бы две одинаковые строки имеет нулевой определитель. при умножении строки матрицы A на $\lambda \neq 0$, определитель $\det A$ увеличится λ раз. Матрица с пропорциональными строками имеет нулевой определитель.*
13. Свойства определителя: *Пусть $A_i(v)$ — матрица, где s i -ая строка заполнена набором чисел v . Тогда $\det A_i(v) + \det A_i(w) = \det A_i(v + w)$.*
14. Свойства определителя: *Если одна из строк матрицы A есть линейная комбинация других строк, то определитель $\det A = 0$. Определитель не меняется, если к любой строке прибавить другую строку, умножив на произвольное число.*
15. Свойства определителя: *Если одна из строк матрицы A есть линейная комбинация других строк, то определитель $\det A = 0$. Определитель не меняется, если к любой строке прибавить другую строку, умножив на произвольное число.*
16. Подматрица. Минор. Алгебраическое дополнение элемента матрицы. *Теорема Лапласа.*
17. *Теорема Крамера. Определитель Вандермонда.*
18. *Критерий существования и единственности решения с.л.у., где число неизвестных равно числу уравнений.*
19. Умножение матриц. Ассоциативность умножения матриц. Единичная матрица. Определение обратной матрицы. *«Простой» метод нахождения обратной матрицы $A_{2 \times 2}$. «Универсальный» метод нахождения обратной матрицы $A_{n \times n}$ с помощью миноров.*
20. *Метод нахождения $A_{n \times n}^{-1}$ с помощью «параллельного решения n с.л.у.»*
21. *Теорема об единственности обратной матрицы.*
22. *Теорема о $\det AB = \det A \det B$. Следствие об отсутствии обратных к вырожденным матрицам. Следствие об определителе обратной матрицы.*
23. *Теорема о существовании обратной матрицы для невырожденных.* Сложение матриц и умножение матриц на число.
24. Три определения ранга матрицы. *Теорема о равенстве рангов матрицы.* Метод окаймления миноров. Необходимое и достаточное условие равенства нулю определителя.
25. *Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений.*

Утверждения набранные курсивом необходимо доказывать. ЗАЧЕТ по алгебре = все индивидуальные задания + положительная оценка (3,4,5) на зачете. Оценка ОТЛИЧНО на экзамене по алгебре = задача решена + теоретический вопрос ответил на отлично + дополнительные вопросы. Оценка ХОРОШО на экзамене по алгебре = задача решена + теоретический вопрос ответил + дополнительные на "хорошо" или задача. Оценка УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО на экзамене по алгебре = задача решена + дополнительные вопросы на "тройку".