

## Вариант 1.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $\mathbf{v}_1 = (4, 4)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (5, 4) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $\mathbf{v}_1 = (5, 4, 5)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (4, 4, 4) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 4x^2 + 3x - 4$  и  $g = 5x + 3$ .
4. Даны вершины  $A = (3, -2)$ ,  $B = (4, 1)$ ,  $C = (5, 4)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$\mathbf{v} = (2, 4, 0, 4), \quad \mathbf{w} = (1, -2, 0, 3).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $\mathbf{e}_1 = (0, -2, -1, -2)$ ,  $\mathbf{e}_2 = (0, -1, 0, 5)$ ,  $\mathbf{e}_3 = (-2, -2, 4, 1)$ . Изменениями координат добиться того, что  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $\mathbf{e}_1 = (2, 5, -1, 0, 1)$ ,  $\mathbf{e}_2 = (2, -1, 4, 3, -2)$ ,  $\mathbf{e}_3 = (3, 0, 2, 2, 0)$ ,  $\mathbf{e}_4 = (2, 0, -1, 4, 3)$ . Изменениями координат добиться того, что  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 2.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $\mathbf{v}_1 = (3, 3)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (4, 3) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $\mathbf{v}_1 = (4, 5, 4)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (3, 5, 3) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 3x^2 + 5x - 3$  и  $g = 4x + 5$ .
4. Даны вершины  $A = (-2, 4)$ ,  $B = (-1, -1)$ ,  $C = (0, 2)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$\mathbf{v} = (5, 1, 3, 5), \quad \mathbf{w} = (1, -2, -2, 3).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $\mathbf{e}_1 = (3, 4, 2, -1)$ ,  $\mathbf{e}_2 = (0, -1, -1, 5)$ ,  $\mathbf{e}_3 = (0, 4, 1, 0)$ . Изменениями координат добиться того, что  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $\mathbf{e}_1 = (5, 3, 2, 1, 1)$ ,  $\mathbf{e}_2 = (3, 5, 3, 4, 4)$ ,  $\mathbf{e}_3 = (0, -1, -2, 4, 1)$ ,  $\mathbf{e}_4 = (-2, -1, 3, 1, 1)$ . Изменениями координат добиться того, что  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 3.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $\mathbf{v}_1 = (5, 4)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (3, 4) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $\mathbf{v}_1 = (3, 4, 3)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (5, 4, 5) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 5x^2 + 3x - 5$  и  $g = 3x + 3$ .
4. Даны вершины  $A = (1, 1)$ ,  $B = (2, 4)$ ,  $C = (3, 0)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$\mathbf{v} = (0, -1, -2, -2), \quad \mathbf{w} = (1, -1, 4, 2).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $\mathbf{e}_1 = (-2, 1, 5, -1)$ ,  $\mathbf{e}_2 = (0, 0, 5, 4)$ ,  $\mathbf{e}_3 = (1, 3, -1, -1)$ . Изменениями координат добиться того, что  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $\mathbf{e}_1 = (0, 0, 5, 2, 2)$ ,  $\mathbf{e}_2 = (3, 3, 3, -2, 3)$ ,  $\mathbf{e}_3 = (-2, -2, 1, 5, 2)$ ,  $\mathbf{e}_4 = (1, 5, -2, -2, 0)$ . Изменениями координат добиться того, что  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 4.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $\mathbf{v}_1 = (4, 3)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (5, 3) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $\mathbf{v}_1 = (5, 5, 5)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (4, 5, 4) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 4x^2 + 5x - 4$  и  $g = 5x + 4$ .
4. Даны вершины  $A = (4, -1)$ ,  $B = (5, 2)$ ,  $C = (-2, 5)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$\mathbf{v} = (3, 4, 1, -1), \quad \mathbf{w} = (2, -1, 2, 2).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $\mathbf{e}_1 = (1, -1, 0, 0)$ ,  $\mathbf{e}_2 = (1, 0, 3, 4)$ ,  $\mathbf{e}_3 = (3, 1, 4, -2)$ . Изменениями координат добиться того, что  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $\mathbf{e}_1 = (3, -2, 0, 3, 2)$ ,  $\mathbf{e}_2 = (4, 1, 3, -1, 1)$ ,  $\mathbf{e}_3 = (3, 5, 5, -2, 3)$ ,  $\mathbf{e}_4 = (5, 4, 1, 3, -2)$ . Изменениями координат добиться того, что  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 5.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (3, 5)$ ,  $v_2 = (4, 4) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (4, 4, 4)$ ,  $v_2 = (3, 5, 3) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 3x^2 + 5x - 3$  и  $g = 4x + 4$ .
4. Даны вершины  $A = (5, 1)$ ,  $B = (0, -2)$ ,  $C = (3, 3)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (2, 4, 4, 3), \quad w = (2, -1, -2, -1).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (4, 2, -1, -1)$ ,  $e_2 = (1, -1, -1, 4)$ ,  $e_3 = (0, -2, 0, 5)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (2, 4, -2, 3, 2)$ ,  $e_2 = (5, 4, -2, 5, 3)$ ,  $e_3 = (2, 4, 4, 1, 3)$ ,  $e_4 = (-2, -2, 3, 0, 5)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 6.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (5, 5)$ ,  $v_2 = (3, 3) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (3, 3, 4)$ ,  $v_2 = (5, 4, 3) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 5x^2 + 4x - 5$  и  $g = 3x + 3$ .
4. Даны вершины  $A = (-2, 1)$ ,  $B = (1, -2)$ ,  $C = (4, 3)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (3, 4, 3, 4), \quad w = (-2, 3, -1, 5).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (5, 2, 5, 0)$ ,  $e_2 = (5, 3, 1, 1)$ ,  $e_3 = (2, 5, 5, 5)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (3, 5, 4, 4, -2)$ ,  $e_2 = (1, 5, 3, -2, 1)$ ,  $e_3 = (-2, 4, -2, 3, 0)$ ,  $e_4 = (1, -1, -2, 4, 2)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 7.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (4, 4)$ ,  $v_2 = (5, 3) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (5, 3, 4)$ ,  $v_2 = (4, 4, 5) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 4x^2 + 4x - 5$  и  $g = 5x + 3$ .
4. Даны вершины  $A = (-1, 1)$ ,  $B = (2, -2)$ ,  $C = (5, 3)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (4, 5, 1, 5), \quad w = (1, -1, 1, 2).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (-2, 3, 4, 1)$ ,  $e_2 = (0, -1, 2, -2)$ ,  $e_3 = (4, 4, 1, -2)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (4, 5, 3, 4, 1)$ ,  $e_2 = (5, -1, 0, 0, 0)$ ,  $e_3 = (3, 4, 1, -2, -2)$ ,  $e_4 = (4, -1, 1, 0, -2)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 8.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (3, 4)$ ,  $v_2 = (4, 3) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (4, 3, 3)$ ,  $v_2 = (3, 3, 5) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 3x^2 + 3x - 4$  и  $g = 4x + 5$ .
4. Даны вершины  $A = (0, 2)$ ,  $B = (3, -1)$ ,  $C = (-2, 4)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (5, 5, 0, 5), \quad w = (5, 3, 2, -1).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (0, 3, 2, 1)$ ,  $e_2 = (4, 3, 3, 3)$ ,  $e_3 = (-2, 3, 5, -2)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (-2, 5, 1, 5, 5)$ ,  $e_2 = (1, 0, -2, 2, -1)$ ,  $e_3 = (-1, 5, 4, 0, 3)$ ,  $e_4 = (0, 0, 3, 4, 3)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 9.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (4, 3)$ ,  $v_2 = (5, 4) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (5, 4, 3)$ ,  $v_2 = (4, 3, 5) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 4x^2 + 3x - 3$  и  $g = 5x + 4$ .
4. Даны вершины  $A = (0, 2)$ ,  $B = (5, 1)$ ,  $C = (2, -1)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (3, 2, 4, 1), \quad w = (4, 5, -1, 0).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (1, 4, 2, -1)$ ,  $e_2 = (3, 4, 0, -1)$ ,  $e_3 = (5, 2, 3, 3)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (3, 2, 0, 4, 4)$ ,  $e_2 = (3, 3, 5, 1, 3)$ ,  $e_3 = (0, 2, 4, 0, 3)$ ,  $e_4 = (-2, 4, 4, 2, 2)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 10.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (3, 4)$ ,  $v_2 = (4, 5) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (4, 5, 3)$ ,  $v_2 = (3, 4, 5) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 3x^2 + 4x - 3$  и  $g = 4x + 5$ .
4. Даны вершины  $A = (-1, 5)$ ,  $B = (4, 4)$ ,  $C = (1, 3)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (2, -2, -2, 1), \quad w = (3, 4, 3, 3).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (0, -1, 4, 0)$ ,  $e_2 = (2, 4, 5, 2)$ ,  $e_3 = (-1, 2, -2, 5)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (2, 5, 2, 5, 2)$ ,  $e_2 = (3, 0, 0, 3, 2)$ ,  $e_3 = (3, 4, 5, 4, 5)$ ,  $e_4 = (1, -2, -2, 4, 4)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 11.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (5, 4)$ ,  $v_2 = (3, 5) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (3, 3, 3)$ ,  $v_2 = (5, 5, 5) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 5x^2 + 5x - 3$  и  $g = 3x + 3$ .
4. Даны вершины  $A = (-2, 0)$ ,  $B = (3, -1)$ ,  $C = (0, -2)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (1, 1, 0, 2), \quad w = (1, 4, 0, -2).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (-1, 3, -2, 0)$ ,  $e_2 = (0, 3, 1, 5)$ ,  $e_3 = (1, 1, 1, -1)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (1, 0, 4, 5, 1)$ ,  $e_2 = (3, 4, 2, 5, 1)$ ,  $e_3 = (-2, -2, -1, 0, -1)$ ,  $e_4 = (4, 0, 1, -1, -1)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 12.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (4, 5)$ ,  $v_2 = (5, 3) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (5, 3, 4)$ ,  $v_2 = (4, 5, 5) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 4x^2 + 3x - 3$  и  $g = 5x + 4$ .
4. Даны вершины  $A = (5, 3)$ ,  $B = (2, 2)$ ,  $C = (-1, 1)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (0, 4, 1, 2), \quad w = (0, 3, 4, 1).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (-2, -2, 0, 1)$ ,  $e_2 = (-2, 3, -2, 0)$ ,  $e_3 = (3, 0, 4, 1)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (0, 4, -2, -2, -1)$ ,  $e_2 = (2, 1, 5, 0, 1)$ ,  $e_3 = (1, -1, 0, 3, 1)$ ,  $e_4 = (-1, 3, 3, 1, 2)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 13.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (3, 4)$ ,  $v_2 = (4, 4) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (4, 5, 3)$ ,  $v_2 = (3, 5, 4) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 3x^2 + 5x - 5$  и  $g = 4x + 5$ .
4. Даны вершины  $A = (2, 1)$ ,  $B = (1, 2)$ ,  $C = (0, 3)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (3, 0, -1, 4), \quad w = (-2, -1, 1, -2).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (5, 5, 1, 5)$ ,  $e_2 = (5, -2, 3, -1)$ ,  $e_3 = (5, 1, 4, 5)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (3, -2, -2, 4, -2)$ ,  $e_2 = (-1, 4, 0, 1, -2)$ ,  $e_3 = (4, 3, 3, 2, 0)$ ,  $e_4 = (3, 0, 2, 0, 1)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 14.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (5, 3)$ ,  $v_2 = (3, 3) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (3, 4, 4)$ ,  $v_2 = (5, 4, 5) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 5x^2 + 4x - 3$  и  $g = 3x + 4$ .
4. Даны вершины  $A = (-1, -1)$ ,  $B = (-2, 0)$ ,  $C = (5, 1)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (0, -2, 4, 5), \quad w = (-1, 2, 1, -1).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (2, 3, -1, -2)$ ,  $e_2 = (-2, 1, 3, -1)$ ,  $e_3 = (-1, 1, -2, 0)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (0, 4, 3, 5, -1)$ ,  $e_2 = (2, 4, 1, 3, -2)$ ,  $e_3 = (-2, -2, 3, -1, -2)$ ,  $e_4 = (5, 5, 4, 2, 2)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 15.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (4, 5)$ ,  $v_2 = (5, 5) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (5, 3, 5)$ ,  $v_2 = (4, 3, 3) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 4x^2 + 3x - 3$  и  $g = 5x + 3$ .
4. Даны вершины  $A = (4, 5)$ ,  $B = (3, -2)$ ,  $C = (2, -1)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (5, 4, 1, 5), \quad w = (1, 5, 1, -1).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (-1, 1, 4, -2)$ ,  $e_2 = (0, 4, 3, 0)$ ,  $e_3 = (2, 1, 0, 3)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (5, 2, 0, 5, 0)$ ,  $e_2 = (5, 4, 1, -2, -2)$ ,  $e_3 = (0, 2, 3, 3, 5)$ ,  $e_4 = (0, 1, -2, 3, 3)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 16.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (3, 4)$ ,  $v_2 = (4, 4) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (4, 5, 5)$ ,  $v_2 = (3, 5, 4) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 3x^2 + 5x - 4$  и  $g = 4x + 5$ .
4. Даны вершины  $A = (1, 3)$ ,  $B = (0, 4)$ ,  $C = (-1, 5)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (2, 2, -1, 5), \quad w = (2, 0, 1, -1).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (4, -1, 1, -2)$ ,  $e_2 = (1, -1, 3, 0)$ ,  $e_3 = (4, 1, 2, -2)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (2, 0, 5, 5, 2)$ ,  $e_2 = (0, 4, 2, 0, -2)$ ,  $e_3 = (2, 5, 3, 0, 4)$ ,  $e_4 = (2, 5, -1, 4, 4)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 17.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (4, 3)$ ,  $v_2 = (5, 5) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (5, 3, 5)$ ,  $v_2 = (4, 4, 3) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 4x^2 + 5x - 5$  и  $g = 5x + 4$ .
4. Даны вершины  $A = (5, -1)$ ,  $B = (-2, 2)$ ,  $C = (-1, 5)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (4, 3, 5, -1), \quad w = (0, 5, -2, 1).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (2, 4, 3, 2)$ ,  $e_2 = (-1, 4, 1, 4)$ ,  $e_3 = (-1, 4, 4, 1)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (4, 1, -2, 3, -1)$ ,  $e_2 = (-2, 0, 1, 3, 5)$ ,  $e_3 = (-1, 0, 0, 5, 1)$ ,  $e_4 = (4, 5, 4, 4, 2)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 18.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (3, 3)$ ,  $v_2 = (4, 5) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (4, 3, 3)$ ,  $v_2 = (3, 4, 4) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 3x^2 + 5x - 4$  и  $g = 4x + 4$ .
4. Даны вершины  $A = (0, 0)$ ,  $B = (1, 3)$ ,  $C = (2, -2)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (-1, 4, -2, -1), \quad w = (4, 4, 1, -1).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (5, 5, 4, 2)$ ,  $e_2 = (3, 2, 4, 2)$ ,  $e_3 = (2, 4, 5, -2)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (-1, 2, -1, 3, 3)$ ,  $e_2 = (5, 3, -1, -2, 5)$ ,  $e_3 = (0, 4, -1, 3, 5)$ ,  $e_4 = (-2, 3, -2, 4, 2)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 19.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (5, 3)$ ,  $v_2 = (3, 5) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (3, 3, 5)$ ,  $v_2 = (5, 4, 3) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 5x^2 + 5x - 5$  и  $g = 3x + 4$ .
4. Даны вершины  $A = (3, 1)$ ,  $B = (4, 4)$ ,  $C = (5, -1)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (2, 5, -2, -1), \quad w = (1, 3, 4, 5).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (0, -2, 5, 3)$ ,  $e_2 = (-1, 1, -1, 0)$ ,  $e_3 = (5, 4, 5, 2)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (2, 3, 0, 3, 0)$ ,  $e_2 = (4, -2, 5, 0, 5)$ ,  $e_3 = (0, 1, -2, 1, 0)$ ,  $e_4 = (0, 1, 0, 4, 1)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 20.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (4, 3)$ ,  $v_2 = (5, 5) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (5, 3, 3)$ ,  $v_2 = (4, 5, 4) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 4x^2 + 5x - 3$  и  $g = 5x + 4$ .
4. Даны вершины  $A = (-2, 2)$ ,  $B = (-1, 5)$ ,  $C = (0, 0)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (5, -2, -1, -1), \quad w = (5, 1, -1, 3).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (3, -1, -2, 3)$ ,  $e_2 = (4, 0, 2, -2)$ ,  $e_3 = (0, 4, -2, -1)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (5, 4, 1, 3, 4)$ ,  $e_2 = (2, 1, 3, 3, 5)$ ,  $e_3 = (1, 5, 5, -1, 3)$ ,  $e_4 = (2, 0, 1, 4, 1)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 21.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (5, 5)$ ,  $v_2 = (3, 3) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (3, 4, 3)$ ,  $v_2 = (5, 4, 3) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 5x^2 + 5x - 4$  и  $g = 3x + 3$ .
4. Даны вершины  $A = (0, 4)$ ,  $B = (3, 1)$ ,  $C = (-2, -2)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (5, -2, -2, 0), \quad w = (2, 0, 5, 0).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (-1, 2, 1, -2)$ ,  $e_2 = (0, -2, 0, 5)$ ,  $e_3 = (4, 1, 2, 1)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (5, 3, 3, 0, 1)$ ,  $e_2 = (2, 5, -2, 0, -1)$ ,  $e_3 = (0, -1, 4, 1, 0)$ ,  $e_4 = (2, 0, 4, 5, -2)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 22.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (4, 3)$ ,  $v_2 = (5, 5) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (5, 3, 4)$ ,  $v_2 = (4, 5, 5) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 4x^2 + 3x - 3$  и  $g = 5x + 4$ .
4. Даны вершины  $A = (1, 0)$ ,  $B = (4, 4)$ ,  $C = (-1, 1)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (-2, 1, 3, 0), \quad w = (1, 2, 3, 4).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (0, -2, 5, -2)$ ,  $e_2 = (0, 0, -1, 1)$ ,  $e_3 = (-1, 2, 1, -2)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (-2, -2, -1, 0, 0)$ ,  $e_2 = (5, 4, 2, 3, -1)$ ,  $e_3 = (0, 5, 2, 0, 0)$ ,  $e_4 = (4, 1, 5, 4, 4)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 23.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (3, 5)$ ,  $v_2 = (4, 3) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (4, 4, 3)$ ,  $v_2 = (3, 3, 4) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 3x^2 + 5x - 5$  и  $g = 4x + 3$ .
4. Даны вершины  $A = (2, 3)$ ,  $B = (5, 0)$ ,  $C = (0, 5)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (-1, 5, -1, -1), \quad w = (1, 5, 2, -1).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (1, 2, 1, -2)$ ,  $e_2 = (-1, 3, 5, 4)$ ,  $e_3 = (3, 2, 1, 4)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (-1, 2, 3, 0, -1)$ ,  $e_2 = (-1, 2, 5, -2, 0)$ ,  $e_3 = (-1, 2, -1, -1, 0)$ ,  $e_4 = (5, 1, -2, 2, 2)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 24.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (5, 3)$ ,  $v_2 = (3, 4) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (3, 5, 5)$ ,  $v_2 = (5, 5, 3) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 5x^2 + 3x - 4$  и  $g = 3x + 4$ .
4. Даны вершины  $A = (3, -1)$ ,  $B = (-2, 4)$ ,  $C = (1, 1)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (0, 1, 3, -1), \quad w = (0, -1, 0, 3).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (2, -2, 5, 5)$ ,  $e_2 = (-1, 5, 3, 0)$ ,  $e_3 = (-2, 3, 0, 2)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (0, -2, -1, 0, -1)$ ,  $e_2 = (1, 1, 1, 1, 1)$ ,  $e_3 = (-2, 0, 5, -1, 0)$ ,  $e_4 = (-1, 1, 0, 1, -1)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 25.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $\mathbf{v}_1 = (4, 5)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (5, 5) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $\mathbf{v}_1 = (5, 3, 5)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (4, 4, 5) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 4x^2 + 5x - 5$  и  $g = 5x + 3$ .
4. Даны вершины  $A = (2, -1)$ ,  $B = (-1, -2)$ ,  $C = (4, 5)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$\mathbf{v} = (5, -2, 3, -1), \quad \mathbf{w} = (3, 0, -2, 4).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $\mathbf{e}_1 = (3, -1, 2, 0)$ ,  $\mathbf{e}_2 = (2, 5, 2, 3)$ ,  $\mathbf{e}_3 = (4, 2, -2, 3)$ . Изменениями координат добиться того, что  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $\mathbf{e}_1 = (5, 3, 2, 3, 2)$ ,  $\mathbf{e}_2 = (3, 5, 0, 0, 4)$ ,  $\mathbf{e}_3 = (0, 1, -2, -1, 4)$ ,  $\mathbf{e}_4 = (5, 4, 1, 4, 4)$ . Изменениями координат добиться того, что  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 26.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $\mathbf{v}_1 = (5, 4)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (3, 4) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $\mathbf{v}_1 = (3, 3, 4)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (5, 3, 4) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 5x^2 + 5x - 5$  и  $g = 3x + 5$ .
4. Даны вершины  $A = (2, -2)$ ,  $B = (-1, 4)$ ,  $C = (4, 3)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$\mathbf{v} = (5, 5, 3, -1), \quad \mathbf{w} = (-2, 5, 0, 5).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $\mathbf{e}_1 = (3, -2, 2, -1)$ ,  $\mathbf{e}_2 = (4, 3, 3, 5)$ ,  $\mathbf{e}_3 = (0, 3, 5, 2)$ . Изменениями координат добиться того, что  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $\mathbf{e}_1 = (5, 1, 2, 3, 5)$ ,  $\mathbf{e}_2 = (1, -1, 1, 3, 5)$ ,  $\mathbf{e}_3 = (-2, 0, 3, -1, 1)$ ,  $\mathbf{e}_4 = (-2, -2, 2, 1, 1)$ . Изменениями координат добиться того, что  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 27.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $\mathbf{v}_1 = (4, 4)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (5, 4) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $\mathbf{v}_1 = (5, 5, 4)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (4, 3, 4) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 4x^2 + 4x - 4$  и  $g = 5x + 5$ .
4. Даны вершины  $A = (1, 4)$ ,  $B = (-2, 3)$ ,  $C = (3, 2)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$\mathbf{v} = (4, 4, 2, -2), \quad \mathbf{w} = (0, 3, 2, -2).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $\mathbf{e}_1 = (2, 4, 1, -1)$ ,  $\mathbf{e}_2 = (-1, 1, 5, -2)$ ,  $\mathbf{e}_3 = (3, 4, 3, 1)$ . Изменениями координат добиться того, что  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $\mathbf{e}_1 = (4, 0, 1, 3, -1)$ ,  $\mathbf{e}_2 = (-1, 0, 2, -1, -2)$ ,  $\mathbf{e}_3 = (4, -1, -1, 0, 5)$ ,  $\mathbf{e}_4 = (-1, 0, 3, -2, 5)$ . Изменениями координат добиться того, что  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 28.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $\mathbf{v}_1 = (3, 3)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (4, 3) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $\mathbf{v}_1 = (4, 5, 3)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (3, 5, 3) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 3x^2 + 4x - 4$  и  $g = 4x + 4$ .
4. Даны вершины  $A = (0, 3)$ ,  $B = (5, 1)$ ,  $C = (2, 0)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$\mathbf{v} = (3, 2, 2, -2), \quad \mathbf{w} = (3, 1, 3, 0).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $\mathbf{e}_1 = (1, 3, 1, -1)$ ,  $\mathbf{e}_2 = (1, -2, -1, -1)$ ,  $\mathbf{e}_3 = (-1, 5, 1, 1)$ . Изменениями координат добиться того, что  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $\mathbf{e}_1 = (3, -2, 1, 2, 1)$ ,  $\mathbf{e}_2 = (4, 2, 3, 2, -1)$ ,  $\mathbf{e}_3 = (2, -2, 4, 0, 2)$ ,  $\mathbf{e}_4 = (0, 2, 3, 3, 1)$ . Изменениями координат добиться того, что  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 29.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (5, 5)$ ,  $v_2 = (3, 4) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (3, 3, 5)$ ,  $v_2 = (5, 4, 5) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 5x^2 + 3x - 5$  и  $g = 3x + 5$ .
4. Даны вершины  $A = (5, 1)$ ,  $B = (4, 2)$ ,  $C = (3, 2)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (-2, -2, 4, 5), \quad w = (5, 4, 1, 5).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (0, 2, -2, 0)$ ,  $e_2 = (4, 0, -2, -2)$ ,  $e_3 = (-1, -2, 1, 0)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (-2, 1, 5, 5, 4)$ ,  $e_2 = (0, -1, -2, 2, 5)$ ,  $e_3 = (5, -2, -1, -2, 5)$ ,  $e_4 = (4, -2, 3, -1, 5)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 30.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (4, 5)$ ,  $v_2 = (5, 5) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (5, 3, 5)$ ,  $v_2 = (4, 5, 5) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 4x^2 + 4x - 5$  и  $g = 5x + 3$ .
4. Даны вершины  $A = (2, 2)$ ,  $B = (1, 3)$ ,  $C = (1, 4)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (4, -1, -1, 4), \quad w = (3, 5, -2, 3).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (-2, 3, 1, -1)$ ,  $e_2 = (1, 2, 2, 5)$ ,  $e_3 = (3, -1, -2, 1)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (4, 2, 0, 5, 1)$ ,  $e_2 = (1, 4, 5, -2, -2)$ ,  $e_3 = (2, -2, 2, 0, -2)$ ,  $e_4 = (4, 3, 3, 3, 0)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 31.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (5, 4)$ ,  $v_2 = (3, 3) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (3, 5, 5)$ ,  $v_2 = (5, 4, 5) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 5x^2 + 5x - 4$  и  $g = 3x + 5$ .
4. Даны вершины  $A = (5, -2)$ ,  $B = (4, -1)$ ,  $C = (3, -1)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (-2, 3, -1, 5), \quad w = (-1, 5, 5, -1).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (0, -1, 1, 1)$ ,  $e_2 = (-2, 1, 1, 1)$ ,  $e_3 = (3, 4, 1, 0)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (-2, -2, 0, -2, -2)$ ,  $e_2 = (1, 3, 1, -2, 2)$ ,  $e_3 = (5, -2, 2, 1, -1)$ ,  $e_4 = (1, 1, 4, 4, -1)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.

## Вариант 32.

### Евклидовы пространства

1. Даны векторы  $v_1 = (4, 5)$ ,  $v_2 = (5, 4) \in \mathbb{R}^2$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
2. Даны векторы  $v_1 = (5, 3, 5)$ ,  $v_2 = (4, 4, 5) \in \mathbb{R}^3$ . Найти их длины (нормы) и косинус угла между ними.
3. В  $C^0[0; 1]$  скалярное произведение задано формулой  $(f, g) = \int_0^1 f(x)g(x)dx$ . Найти длины (нормы) и косинус угла между векторами  $f = 4x^2 + 3x - 4$  и  $g = 5x + 5$ .
4. Даны вершины  $A = (2, -1)$ ,  $B = (1, 0)$ ,  $C = (0, 1)$ . Найти длины сторон треугольника  $ABC$ . Найти косинус каждого угла треугольника.
5. Найти проекцию вектора  $v$  на  $w$ .

$$v = (3, 4, 2, 5), \quad w = (5, -2, 2, -2).$$

6. В  $\mathbb{E}^4$  даны три вектора  $e_1 = (5, 0, 4, 0)$ ,  $e_2 = (3, 3, -2, -1)$ ,  $e_3 = (-1, 5, -2, 0)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3$  — базис в  $\mathbb{E}^4$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.
7. В  $\mathbb{E}^5$  даны три вектора  $e_1 = (3, -1, 3, 5, 3)$ ,  $e_2 = (2, 0, 0, 2, 4)$ ,  $e_3 = (2, -2, -2, 2, 0)$ ,  $e_4 = (2, 5, 5, 0, 1)$ . Изменениями координат добиться того, что  $e_1, e_2, e_3, e_4$  — базис в  $\mathbb{E}^5$ . Ортогонализировать методом Грамма-Шмидта данный базис.